

государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской области
средняя общеобразовательная школа №1 имени Героя Советского Союза Зои
Космодемьянской городского округа Чапаевск Самарской области

РАССМОТРЕНО

На заседании МО учителей
математического и
естественно-научного цикла

ПРОВЕРЕНО

Заместитель директора
_____ Никитина А.Н.
29.08.2025

УТВЕРЖДЕНО

Директор ГБОУ СОШ №1
г.о. Чапаевск
_____ Южакова Е.А.
Приказ №270-од от 29.08.2025

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Элективного курса по математике
«Геометрические задачи на экзаменах»
для обучающихся 10 – 11 классов

г.о. Чапаевск 2025

Геометрические задачи на экзаменах.
Программа
элективного курса для учащихся 10 - 11 классов

Пояснительная записка

Данный элективный курс «Геометрические задачи на экзаменах» составлен на основе рекомендуемой авторской программы элективного курса предложенного А. Х. Шахмейстером «Геометрические задачи на экзаменах».

Предметом данного элективного курса является достаточно сложный раздел школьной программы математики – геометрия. Как показывает практика, геометрические задачи вызывают наибольшие затруднения у учащихся. Это связано как с обилием различных типов геометрических задач, так и с многообразием приемов и методов их решения. Приобрести навык в решении задач можно, лишь хорошо зная теорию и умело применять ее при решении задач.

Данный курс имеет основное назначение – развивает мышление, формирует базу общих универсальных приемов и подходов к решению заданий по геометрии, позволяет расширить и углубить изучаемый материал, а так же находить ему практическое применение.

Приобретенные навыки решения задач по планиметрии позволяет успешно усваивать новый материал, экономить время при решении более сложных задач стереометрии, что даст возможность качественнее подготовиться к единому государственному экзамену и обучению в ВУЗЕ.

Рабочая программа элективного курса по математике «Геометрические задачи на экзаменах» предназначена для изучения в 11 классе и рассчитана на 34 часа, один час в неделю.

Включенный в программу материал обеспечивает ликвидацию пробелов знаний по планиметрии, позволяет учащимся глубже понять ранее изученный материал и способствует успешному усвоению новых знаний. Предполагает повторение и углубление следующих тем:

Программа предусматривает проведение традиционных уроков, чтение установочных лекций, практических занятий, делая особый упор на развитие самостоятельности, познавательного интереса и творческой активности учащихся. Основной тип занятий комбинированный урок. Каждая тема курса начинается с постановки задачи. Теоретический материал излагается в форме мини-лекции. После изучения теоретического материала выполняются практические задания для его закрепления. Занятия строятся с учётом индивидуальных особенностей обучающихся, их темпа восприятия и уровня усвоения материала. Систематическое повторение и углубление способствует более целостному осмыслению изученного материала, поскольку целенаправленное обращение к изученным ранее темам позволяет учащимся встраивать новые понятия в систему уже освоенных знаний. В технологии проведения занятий осуществляется обратная связь при взаимоконтроле и самоконтроле.

Изучение курса направлено на достижение следующих **целей**:

1. Систематизация знаний по планиметрии.
2. Формирование универсальных приемов и подходов к решению заданий по геометрии.
3. Развитие математической культуры учащихся, логического мышления;

Достижение поставленных целей связывается с решением следующих **задач**:

- Повторить и обобщить знания по геометрии за курс основной общеобразовательной школы; расширить знания по отдельным темам курса геометрии 7-9 классов;
- сформировать умения применять полученные знания при решении «нетипичных», нестандартных задач;
- побуждать желание выдвигать гипотезы о неоднозначности решения и аргументировано доказывать их;

Изучение курса дает возможность обучающимся достичь следующих результатов.

Учащиеся должны знать:

- ключевые понятия, теоремы и формулы курса планиметрии;
- алгоритм решения геометрических задач;
- основные методы решения задач планиметрии: задачи – факты и задачи – методы;

Учащиеся должны уметь:

- понимать математический текст, правильно анализировать условие задачи;
- изображать на рисунках и чертежах пространственные геометрические фигуры и их комбинации, задаваемые условиями задач; выделять изученные фигуры на моделях и чертежах;
- точно и грамотно формулировать теоретические положения и излагать собственные рассуждения в ходе решения заданий;
- выбирать наиболее рациональный метод решения и обосновывать его;
- применять аппарат алгебры и тригонометрии к решению геометрических задач;
- применять основные методы геометрии (проектирования, преобразований) к решению геометрических задач.

Содержание курса

В структуре изучаемой программы выделяются следующие разделы:

Раздел 1. Введение (2 часа)

Методы решения геометрических задач. Три основных метода решения геометрических задач: геометрический; алгебраический; комбинированный. Анализ и синтез. Метод восходящего анализа.

Дополнительные методы и приемы решения задач. Анализ условия задачи, анализ решения задачи – этапы решения задачи. Решение задач.

Раздел 2. Треугольник. Четырехугольники. Площади. (8 часов)

Конструктивное и аксиоматическое определения понятия площади. Аксиомы площади.

Различные формулы площади треугольника; четырехугольников. Площадь произвольного четырехугольника. Экстремальные свойства площади многоугольника.

Изучение «новых» формул площади треугольника, не входящих в программу школьного курса геометрии расширяет возможности учащихся в решении задач по теме. В базовом курсе геометрии рассматривается в основном вычисление площадей двух видов выпуклых четырехугольников: параллелограмма и трапеции. Здесь учащиеся знакомятся

с аналогом формулы Герона:
$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd \cos^2 \frac{\delta + \beta}{2}}$$
, где a, b, c, d - длины

сторон, p – полупериметр, δ и β – противолежащие углы четырехугольника. В случае если четырехугольник: 1) вписан в окружность (сумма противоположных углов вписанного в окружность четырехугольника равна 180°), формула приобретает вид: $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$; 2) описан около окружности (сумма противоположных

сторон равна), то площадь такого четырехугольника равна: $S = \sqrt{abcd \cdot \sin^2 \frac{\delta + \beta}{2}}$;

3) вписан в окружность и описан около окружности одновременно: $S = \sqrt{abcd}$.

Задачи, связанные с трапецией, занимают особое место в школьном курсе геометрии. В элективном курсе учащиеся знакомятся с формулами площади трапеции через её вторую среднюю линию: $S = T_3 T_4 \cdot AC \sin \varphi$, где φ – угол между второй средней линией $T_3 T_4$ и диагональю AC трапеции $ABCD$; $S = T_3 T_4 (h_1 + h_2)$, где $T_3 T_4$ – вторая средняя линия трапеции, а h_1 и h_2 – перпендикуляры, проведенные к ней из двух противоположных вершин трапеции.

В результате изучения материала учащиеся должны знать: аксиоматическое и конструктивное определения площади многоугольника; основные свойства (теоремы) вычисления площадей многоугольников; изученные формулы вычисления площадей различных многоугольников и их комбинаций с окружностью;

уметь: применять определение и формулы площади многоугольника при доказательстве теорем и решении задач; доказывать основные свойства вычисления площадей многоугольников.

Раздел 3. Равновеликие и равноставленные многоугольники. (8 часов)

Равноставленные и равновеликие многоугольники. Теорема Бойяи-Гервина. Деление произвольного треугольника и произвольного четырехугольника на равновеликие части. Деление различных многоугольников на части в определенном отношении. Составление квадрата из различных многоугольников. Квадратура круга

Центральным элементом является теорема о равновеликости равноставленных фигур Бойяи-Гервина (доказанная независимо друг от друга в 30-е гг. XIX в.). Она представляет для учащихся ценность в познавательном, историческом и развивающем планах. В основу теории положено важное свойство многоугольников, не имеющее аналога в трехмерном пространстве, – равноставленность равновеликих многоугольников. Задачи, связанные с преобразованием фигур, интересовали ученых в разные времена. В настоящее время они широко могут быть использованы в вопросах рационального использования различных материалов, например, раскрой тканей, кожи и т.д. В связи с этим отдельное место уделено способам деления прямыми треугольников и четырехугольников на равновеликие части, составление квадрата из различных многоугольников. Многие из предложенных способов широко применимы при решении задач на нахождение площадей фигур, имеют прикладной характер.

Задачи о спрямлении окружности и квадратуре круга пользовались исключительной известностью с древнейших времён и тысячелетиями привлекали к себе внимание математиков. Они привели к изучению свойств числа π , в частности, установлению в XVIII веке математиками Ламбертом и Лежандром его иррациональности и доказанную в 1889 г. Линдеманом его трансцендентности.

В результате учащиеся должны знать: понятия равновеликих и равноставленных многоугольников; теоремы о равноставленности треугольника и параллелограмма; о равновеликости двух треугольников с одинаковыми основаниями и равными высотами; Бойяи-Гервина; способы деления треугольника на равновеликие части (медианой; прямой через произвольную точку стороны треугольника; прямой, параллельной или перпендикулярной данной стороне); деления треугольника на части в определённом

отношении; деления выпуклого четырёхугольника на равновеликие части (прямой, проходящей через точку, лежащую на стороне; прямой, проходящей через вершину); понятие спрямления окружности и квадратуры круга, приёмы Л. Маскерони, А. Коханского, Г. Мюллера, Бинга. Учащиеся должны уметь: применять изученные понятия и теоремы при решении задач; использовать способы деления многоугольников на заданные части; составлять квадрат из различных многоугольников

Раздел 4. Метод координат (2 часа)

Метод координат. Решение задач методом координат.

Раздел 5. Окружность и круг (2 часа)

Метрические соотношения между длинами хорд, отрезков касательных и секущих. Свойства дуг и хорд. Свойства вписанных углов. Углы между хордами, касательными и секущими. Четырёхугольники, вписанные и описанные около окружности. Теорема Птолемея(Вокруг четырёхугольника можно описать окружность тогда и только тогда, когда произведение его диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон).

Раздел 6. Замечательные кривые в математике (6 часов)

Кривые постоянной ширины. Треугольник Рело. Циклоида. Задача таутохроне. Спираль Архимеда. Логарифмическая спираль. Теорема Паскаля. Теорема Брианшона. Лемниската Бернулли. Кривая дракона. Понятие о фрактальной геометрии. Кривые второго порядка. Решение задач.

Раздел 7. Обобщающее повторение (4 часа)

Решение задач по изученным темам (площади, многоугольники метод координат, окружность и круг, кривые второго порядка)

Раздел 8. Роль графического языка в передаче информации о предметном мире(3 часа)

Графическое представление информации в различных профессиях (модельер, экономист, менеджер, конструктор и др.). Эскиз как основа конструкторской разработки изделия. Использование элементов начертательной геометрии в профессиональной деятельности (архитектура, машиностроение, коммуникационные сооружения, легкая промышленность, дизайн и др.) Аксонометрия, технический рисунок, перспектива - наглядные изображения изделий на плоскости. Развертка, как технологическая основа сложных архитектурных форм.

Тематический план

№ П/п	Наименование разделов и тем	Планируемый результат	Кол- во часов
1	Раздел 1. Введение		2
	1.1 Вводный урок	Знать: три основных метода решения геометрических задач: геометрический; алгебраический; комбинированный	
	1.2 Методы решения геометрических задач	Знать дополнительные методы и приемы решения задач (метода опорного элемента, метода площадей; метода введения вспомогательного параметра; метода дополнительного построения и др.) Уметь применять аппарат алгебры и тригонометрии к решению геометрических задач.	
2	Раздел 2. Треугольник. Четырехугольники. Площади		8
	2.1 Основные теоремы вычисления площадей многоугольников	Уметь: точно и грамотно формулировать теоретические положения и излагать собственные рассуждения в ходе решения заданий	
	2.2 Формула площади трапеции через её вторую среднюю линию	Знать понятие и формулу второй средней линии трапеции	
	2.3 Решение задач методом площадей.	Знать метод площадей. Уметь решать задачи методом площадей	
	2.4 Площади четырехугольников, вписанных и описанных около окружностей.	Уметь решать задачи на нахождение площадей четырёхугольников	
	2.5 Вычисление площадей различных многоугольников и их комбинаций с окружностью.	Знать ключевые теоремы, формулы площадей Уметь применять формулы при решении задач	
	2.6 Решение задач на вычисление площадей поверхности многогранников.	Овладение умениями решать задачи на нахождение площади поверхности многогранников.	
	2.7 Методы и приемы решения задач на нахождение площадей.	Знать методы и приемы решения задач на нахождение площадей	
	2.8 Обобщающий урок по теме «Площади»	Знать: ключевые теоремы, формулы по теме «Площади»	
3	Раздел 3. Равновеликие и равносторонние многоугольники.		8
	3.1 Равносторонние и равновеликие многоугольники. Теорема Бойи-Гервина.	Знать определения понятий, теорему Бойи-Гервина	
	3.2 Деление различных многоугольников на части в определенном отношении.	Уметь решать задачи на деление различных многоугольников на части в определенном отношении	

	3.3 Составление квадрата из различных многоугольников.	Уметь решать задачи на составление квадрата из многоугольников	
	3.4 Решение задач на площадь ромба.	Уметь применять изученные понятия и теоремы при решении задач	
	3.5 Способы деления треугольника на равновеликие части.	Знать способы деления треугольника на равновеликие части (медианой; прямой через произвольную точку стороны треугольника; прямой, параллельной или перпендикулярной данной стороне)	
	3.6 Деление треугольника на части в определённом отношении.	Уметь использовать способы деления треугольников на заданные части	
	3.7 Квадратура круга.	Знать понятие спрямления окружности и квадратуры круга	
	3.8 Обобщающий урок по теме «Равновеликие и равносторонние многоугольники»	Уметь применять изученные понятия и теоремы при решении задач; использовать способы деления многоугольников на заданные части; составлять квадрат из различных многоугольников	
4	Раздел 4. Метод координат		2
	4.1 Метод координат	Знать метод координат	
	4.2 Решение задач методом координат	Уметь решать задачи методом координат	
5	Раздел 5. Окружность и круг		2
	5.1 Свойства дуг и хорд окружности	Знать: ключевые теоремы, формулы курса планиметрии в разделе “Окружность и круг”	
	5.2 Четырёхугольники, вписанные и описанные около окружности. Теорема Птолемея	Знать теорему Птолемея, изученные формулы вычисления площадей различных многоугольников и их комбинаций с окружностью	
6	Раздел 6. Замечательные кривые в математике		6
	6.1 Замечательные кривые в математике. Циклоида	Иметь представление кривых в математике, о спирали Архимеда, логарифмической спирали, лемнискате Бернулли, о задачах с циклоидой	
	6.2 Кривые постоянной ширины. Теорема Паскаля	Иметь представление о теореме Паскаля, теореме Бриансона; кривых постоянной ширины, треугольнике Рело	
	6.3 Понятие о фрактальной геометрии. Кривая дракона	Иметь представление о фрактальной геометрии	
	6.4 Кривые второго порядка	Иметь представление о кривых второго порядка.	
	6.5 Решение задач на эллипс, гиперболу, параболу	Уметь решать задачи на составление уравнения кривых	
	6.6 Обобщающий урок по теме «Замечательные кривые»	Уметь применять изученный материал при выполнении заданий	
7	Раздел 7. Обобщающее повторение		4

	7.1 Повторение темы «Площади и многоугольники»	Знать: ключевые теоремы, формулы курса планиметрии	
	7.2 Векторы и координаты как аппарат решения геометрических задач	Знать: ключевые теоремы, формулы курса стереометрии в разделе «Свойства параллелепипеда».	
	7.3 Подготовка к зачёту	Уметь применять изученный материал при выполнении заданий	
	7.4 Обобщающее повторение. Зачёт	Знать: изученные ключевые теоремы, формулы, определения	
8	Раздел 8. Роль графического языка в передаче информации о предметном мире		2
	8.1 Графический способ представления информации 8.2 Использование элементов начертательной геометрии в профессиональной деятельности	Знать преимущества графического способа представления информации; графические формы, принципы компоновки графического изображения. Иметь представление о возможности применения правил и алгоритмов построения рисунков, чертежей, таблиц, схем в различных областях деятельности.	
	8.3 Итоговый урок	Обобщение знаний	

Литература для учителя

- 1 Шахмейстер А.Х. Геометрические задачи на экзаменах. Часть 1. Планиметрия.- СПб.: «Петроглиф» : «Виктория плюс» : М.: Издательство МЦНМО, 2011. – 264с.
- 2 Лысенко Ф.Ф. Математика ЕГЭ-2014. Вступительные экзамены. Легион. Ростов-на-Дону 2013.
- 3 Лысенко Ф.Ф. Математика ЕГЭ-2015. Вступительные экзамены. Легион. Ростов-на-Дону 2014.
- 4 Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / Министерство образования и науки Российской Федерации. – М.: Просвещение, 2011. – 51 с. (Стандарты второго поколения).
- 5 Фундаментальное ядро содержания общего образования [Текст] / Под. Ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – М.: Просвещение, 2009. – 48 с. (Стандарты второго поколения).

Литература для обучающихся:

1. Лысенко Ф.Ф. Математика ЕГЭ-2014. Вступительные экзамены. Легион. Ростов-на-Дону 2013.
2. Лысенко Ф.Ф. Математика ЕГЭ-2015. Вступительные экзамены. Легион. Ростов-на-Дону 2014.

Интернет ресурсы:

1. <http://fipi.ru>.
2. www.ege.edu.ru.
3. <http://www.exponenta.ru>.
4. <http://metodist.lbz.ru/content/videocourse/mat.php>).
5. <http://metodist.lbz.ru/authors/matematika/>