государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской области средняя общеобразовательная школа №1 имени Героя Советского Союза Зои Космодемьянской городского округа Чапаевск Самарской области

РАССМОТРЕНО
На заседании МО учителей математического и естественно-научного цикла

ПРОВЕРЕНО
Заместитель директора
_______ Никитина А.Н.
29.08.2025

УТВЕРЖДЕНО
Директор ГБОУ СОШ №1 г.о.Чапаевск
________ Южакова Е.А.
Приказ №270-од от 29.08.2025

ЭП

Южакова Екатерина Анатольевна
O=ГБОУ СОШ № 1 г.о. Чапаевск,
CN=Южакова Екатерина Анатольевна,
E=so_school1_chp@samara.edu.ru
мною рассмотрен этот документ
69a86999c636b8036b0fdc0a976879047
0d4cb52
2025.09.05 19:55:11+04'00'

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Элективного курса по математике

«КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА»

для обучающихся 10 – 11 классов

г.о.Чапаевск 2025

Программа элективного курса по теме

«КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА»

Пояснительная записка

Понятие числа является основным стержнем всего школьного курса математики, пронизывающим этот курс от первого до последнего класса. Сначала учащиеся знакомятся с натуральными числами и действиями с ними. В пятом классе вводятся дроби, так как невозможно выполнить деление, например 3:4. В шестом классе добавляются отрицательные числа, так как невозможно выполнить вычитание некоторых чисел, например: 3-5. После натуральных, целых, рациональных чисел, добавляются иррациональные, для операции извлечения корней, например, $\sqrt{2}$. В школьном курсе математики этот вопрос остался не завершённым. Так как при решении квадратных уравнений, если дискриминант отрицательный, то действительных корней не существует. Но если ввести множество комплексных чисел, то квадратное уравнение всегда будет иметь корни. И, конечно, только в старших классах уместен достаточно полный, систематизирующий ретроспективный взгляд на общую картину завершившегося эволюционного процесса.

Данный элективный курс предназначен для предпрофильной и профильной подготовки обучающихся 10-11 класса общеобразовательной школы. Рассчитан на 17 часов.

Он расширяет и углубляет базовую программу по математике, не нарушая её целостности. Каждое занятие направлено на то, чтобы развивать интерес школьников к предмету.

Цель курса:

расширение кругозора учащихся, установление непосредственных связей школьной программы математики с наукой и ее приложениями.

Задачи курса:

- вооружить учащихся системой знаний по теме «Комплексные числа»;
- рассмотреть применение комплексных чисел в разных науках, сформировать навыки применения данных знаний при решении разнообразных задач различной сложности;
- сформировать навыки самостоятельной работы, работы в малых группах;
- сформировать навыки работы со справочной литературой, с компьютером;
- сформировать умения и навыки исследовательской работы;
- способствовать развитию алгоритмического мышления учащихся;

- способствовать формированию познавательного интереса к математике.

Содержание разделов дисциплины

1 *Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма записи и арифметические действия над комплексными числами. – 4 часа*

История открытия комплексных чисел. Определение множества комплексных чисел.

Арифметические действия с комплексными числами. Сопряжённые комплексные числа. Свойства сопряжённых чисел. Извлечение квадратных корней из отрицательных чисел. Решение квадратных уравнений.

2. *Геометрическая интерпретация комплексных чисел. – 2 часа*

Изображение комплексных чисел точками на плоскости. Векторная интерпретация действий с комплексными числами.

3. *Тригонометрическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. – 4 часа*

Полярные координаты точки и её радиус-вектор. Модуль комплексного числа. Аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Свойства модуля и аргумента комплексного числа. Примеры решения уравнений с комплексными переменными.

4. Степени и корни. 4 часа

Возведение в степень комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексного числа. Показательная форма комплексного числа.

5 . Применение комплексных чисел в геометрии. – 2 часа

Учебно - тематический план

№ п/п	**Раздел дисциплины**	Количество часов	**Из них**	
			Лекции	**Практические**
1.	Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма записи и арифметические действия над комплексными числами	4	1	3
2.	Геометрическая интерпретация комплексных чисел	2	1	1
3.	Тригонометрическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа	4	2	2

4.	Степени и корни	4	1	3
5.	Применение комплексных чисел в геометрии	2		2

Методы обучения:

Методы преподавания определяются целями и задачами данного курса, направленного на формирование способностей учащихся.

Учащиеся овладевают математическими понятиями, способами математического исследования.

Важнейшим принципом методики изучения курса является постановка вопросов и заданий, позволяющих учителю и учащимся проверить уровень усвоения основных дидактических единиц и степень сформированности умений, приобретённых в процессе изучения курса. Это различные виды тестовых заданий и задания творческого характера.

Технологии обучения:

- традиционная;
- элементы проектной, исследовательской технологий;
- элементы РКМПЧ;
- интерактивные технологии.
-

Формы обучения:

- фронтальная,
- индивидуальная;
- групповая;
- взаимоконтроль.

Требования к уровню освоения содержания дисциплины

- знать и уметь правильно употреблять термины, связанные с понятием комплексного числа;
- уметь понимать смысл условий задач;
- уметь представлять комплексное число в алгебраической, геометрической, тригонометрической и показательной формах;
- знать и уметь правильно переходить от одной формы записи к другой форме;
- уметь пользоваться техникой решения задач;
- уметь пользоваться простейшими приёмами применения арифметических операций над комплексными числами;
- уметь возводить в степень комплексное число и извлекать из него корень
- уметь пользоваться справочным материалом для нахождения нужных формул и их использование при решении задач.

Эффективность обучения отслеживается следующими формами контроля:

Задачи для самостоятельного решения, контрольные работы, выполнение проектной или исследовательской работы.

Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория, оборудованная мульти-медийными средствами обучения.

Средства обеспечения освоения дисциплины

1) Математика. Комплексные числа 9-11. Предпрофильная и профильная подготовка. Ю.А. Глазков, И.К. Варшавский, М.Я Гаишвили.

2) Единая коллекция Цифровых образовательных ресурсов: school-collection.edu.ru/

Перечень примерных контрольных работ:

1. Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма записи и арифметические действия над комплексными числами.

Вариант 1

1. Найдите сумму комплексных чисел
$z_1 = 1,3 - 2,5i$ и $z_2 = -0,5 - 2,3i$.
2. Выполните действия:
$(3+2i)\cdot(2-3i)+(3-2i)\cdot(2+3i)$.
3. Найдите действительные числа x и y из равенства
$(2+3xi)-(6x+2yi) = -y+3i$.
4. Найдите частное комплексных чисел
$z_1 = -1+4i$ и $z_2 = 4-3i$.
5. Решите уравнение $x^2 + 2x + 4 = 0$.
6. Решите уравнение $\bar{z} = 2 + 2z$.

Вариант 2

1. Найдите разность комплексных чисел
$z_1 = 1,5 - 2,7i$ и $z_2 = -1,7 - 3,2i$.

2. **Выполните действия:**
$(4+3i)\cdot(3-4i)-(4-3i)\cdot(3+4i)$.

3. **Найдите действительные числа** x **и** y **из равенства**
$(1+2xi)+(6x+yi)=-2y+2i$.

4. **Найдите частное комплексных чисел**
$z_1=2-3i$ **и** $z_2=-6+8i$.

5. **Решите уравнение** $x^2+4x+20=0$.

6. **Решите уравнение** $\overline{z}=-4z$.

2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел

Вариант 1

1. **Изобразите на комплексной плоскости комплексное число** z**, для которого верны равенства** $\operatorname{Re} z=-2$ **и** $\operatorname{Im} z=5$.

2. **Изобразите на комплексной плоскости все комплексные числа** z**, для которых верно равенство** $\operatorname{Re} z=-6$.

3. **Изобразите на комплексной плоскости множество комплексных чисел** z**, удовлетворяющих условию** $\operatorname{Re} z>3$ **и** $\operatorname{Im} z<-1$.

4. **Изобразите на комплексной плоскости множество комплексных чисел** z**, удовлетворяющих условию** $-3\le \operatorname{Re} z<2$.

5. Изобразите на комплексной плоскости множество комплексных чисел z, удовлетворяющих условию $-\frac{1}{6} < \mathrm{Re}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) \leq \frac{1}{2}$.

6. Постройте на комплексной плоскости точки, соответствующие числам z_1 и z_2, радиус-векторы этих точек и радиус-векторы точек, соответствующих числам $z_3 = z_1 + z_2$ и $z_4 = z_1 - z_2$, если $z_1 = -2 + 6i$, $z_2 = 3 - i$.

Вариант 2

1. Изобразите на комплексной плоскости комплексное число z, для которого верны равенства $\mathrm{Re}\, z = 6$ и $\mathrm{Im}\, z = -4$.

2. Изобразите на комплексной плоскости все комплексные числа z, для которых верно равенство $\mathrm{Im}\, z = 5$.

3. Изобразите на комплексной плоскости множество комплексных чисел z, удовлетворяющих условию $\mathrm{Re}\, z \leq -4$ и $\mathrm{Im}\, z > 3$.

4. Изобразите на комплексной плоскости множество комплексных чисел z, удовлетворяющих условию $-2 < \mathrm{Im}\, z \leq 5$.

5. Изобразите на комплексной плоскости множество комплексных чисел z, удовлетворяющих условию

$$-\frac{1}{4} \leq \mathrm{Im}\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) < \frac{1}{4}.$$

6. Постройте на комплексной плоскости точки, соответствующие числам z_1 и z_2, радиус-векторы этих точек и радиус-векторы точек, соответствующих числам $z_3 = z_1 + z_2$ и $z_4 = z_1 - z_2$, если $z_1 = -2 - 4i$, $z_2 = 5 + 2i$.

3. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа

Вариант 1

1. Вычислите $\left|\overline{5-12i}\right|$.

2. Изобразите на комплексной плоскости множество чисел z таких, что

а) $2<|z|\le 4$;

б) $\dfrac{|z-2+i|}{|z+4-3i|}\ge 1$.

3. Изобразите на комплексной плоскости все комплексные числа z с аргументами φ, удовлетворяющими условию $-\dfrac{\pi}{3}\le\varphi<\dfrac{5\pi}{6}$.

4. Представьте в тригонометрической форме число:

а) $\sin\dfrac{5\pi}{6}+i\cos\dfrac{5\pi}{6}$; б) $-2+3i$.

5. Представьте в алгебраической форме число

$$2\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

6. Выполните действия и представьте полученное число в алгебраической форме:

а) $4\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}\right)\cdot 6\left(\cos\frac{7\pi}{8}-i\sin\frac{7\pi}{8}\right)$;

б) $\dfrac{\cos 130^\circ+i\sin 130^\circ}{\cos 40^\circ+i\sin 40^\circ}$.

7. Решите уравнение $|z-2+3i|=3$.

Вариант 2

1. Вычислите $\left|\overline{12+9i}\right|$.

2. Изобразите на комплексной плоскости множество чисел z таких, что

а) $3\le|z|<6$; б) $\dfrac{|z+3-2i|}{|z-4+i|}>1$.

3. Изобразите на комплексной плоскости все комплексные числа z с аргументами φ, удовлетворяющими условию $-\frac{5\pi}{6}<\varphi\le\frac{2\pi}{3}$.

4. Представьте в тригонометрической форме число:

а) $\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$;

б) $5+4i$.

5. Представьте в алгебраической форме число

$$2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}-i\sin\frac{3\pi}{4}\right).$$

6. Выполните действия и представьте полученное число в алгебраической форме:

а) $2\left(\cos\frac{\pi}{9}+i\sin\frac{\pi}{9}\right)\cdot 7\left(\cos\frac{7\pi}{9}-i\sin\frac{7\pi}{9}\right)$;

б) $\dfrac{\cos 140^\circ+i\sin 140^\circ}{\cos 50^\circ+i\sin 50^\circ}$.

7. Решите уравнение $|z+2-3i|=5$.

3. Степени и корни

Вариант 1

1. Найдите сумму $1+i+i^2+i^3+\ldots+i^{1526}$.
2. Вычислите $\dfrac{(1-i)^{1000}}{(1+i)^{998}}$.
3. Вычислите $\left(\dfrac{1-i\sqrt{3}}{1+i}\right)^6$.
4. Запишите в алгебраической форме число $\left(\sqrt{3}-i\right)^9$.
5. Выразите $\cos 4x$ через $\sin x$.
6. Найдите $\sqrt[3]{1+i}$.
7. Решите уравнение $z^4-16=0$.

Вариант 2

1. Найдите сумму $1+i+i^2+i^3+\ldots+i^{259}$.
2. Вычислите $\dfrac{(1+i)^{2000}}{(1-i)^{1998}}$.
3. Вычислите $\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{60}$.
4. Запишите в алгебраической форме число $\left(\sqrt{3}+i\right)^{11}$.
5. Выразите $\sin 6x$ через $\sin x$ и $\cos x$.
6. Найдите $\sqrt[3]{1-i}$.
7. Решите уравнение $z^3+8=0$.

Примерный перечень заданий для самостоятельного решения:

1. Определение комплексных чисел. Алгебраическая форма записи и арифметические действия над комплексными числами

2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел

3. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа

4. Степени и корни

5. Применение комплексных чисел в геометрии

Примерный перечень тем для проектной или исследовательской работы:

1. Калькулятор на комплексные числа.
2. Применение комплексных чисел в электротехнике.
3. Применение комплексных чисел в экономике.
4. Применение комплексных чисел в прикладной математике.
5. Применение комплексных чисел к решению геометрических задач.
6. Применение комплексных чисел для доказательства равенств.
7. Применение комплексных чисел в физике.
8. Применение комплексных чисел для выведения тригонометрических формул.
9. Применение комплексных чисел к решению алгебраических уравнений 3-ей и 4-ой степеней.
10. Уравнение деления круга на пять частей.
11. Определение расстояния между точками на комплексной плоскости.
12. Средства матричного исчисления уравнений и комплексных чисел.

Вычисление комплексных чисел, модуля и аргумента, извлечение кубических корней. Нахождение синусов и косинусов в алгебраическом виде. Решение системы уравнений с помощью формул Крамера, вспомогательных определителей и средствами матричного исчисления.

13. Расчет комплексных сопротивлений в электрических цепях переменного тока.
14. Применение комплексных чисел в математических исследованиях.

Занятие №1. Тема «Определение множества комплексных чисел. Арифметические действия с комплексными числами».

Цель урока: познакомить учащихся с понятием комплексного числа; рассмотреть основные действия над комплексными числами.

Образовательные задачи:

1. Ввести понятие комплексного числа.
2. Показать алгебраическую форму комплексного числа.
3. Познакомить с действиями над комплексными числами в алгебраической

Развивающие задачи:

1. Развивать мышление в процессе выполнения практических заданий.
2. Развивать пространственные представления.

Воспитывающие задачи:

1. Воспитывать культуру записей в тетради.
2. Воспитывать аккуратность, усидчивость, внимательность в процессе прослушивания лекции.

Тип урока: обзорная лекция.

Ход урока

I. Организационный момент.

II. Изложение материала.

1. Историческая справка

В XVI веке при изучении кубических уравнений оказалось необходимым извлекать квадратные корни из отрицательных чисел. Итальянский ученый Дж. Кардано вывел формулу корней кубического уравнения $x^3 + px + q = 0$:

$$x = u + v,$$

где $u=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3}}$, $v=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3}}$,

$uv=-\frac{p}{3}$.

При решении кубических уравнений, дискриминант $\Delta=\left(\frac{q}{2}\right)^2+\left(\frac{p}{3}\right)^3$ которых отрицательный, например, $x^3-21x+20=0$, получался парадоксальный результат: корни уравнения — действительные числа (в приведенном примере 1, 4 и — 5), а при вычислении значений u и v необходимо находить корни из отрицательных чисел:

$$u=\sqrt[3]{-10+\sqrt{-243}},\quad v=\sqrt[3]{-10-\sqrt{-243}}.$$

Чтобы объяснить получившийся парадокс, Кардано предложил ввести числа новой природы. Он называл такие величины «чисто отрицательными» и даже «софистически отрицательными», считал их бесполезными и стремился не применять их. В самом деле, с помощью таких чисел нельзя выразить ни результат измерения какой-нибудь величины, ни изменение этой величины.

Дальнейшее развитие математики «узаконило» такие числа (они получили название «комплексные числа»), расширило область их применения. На основе комплексных чисел были решены многие задачи теории упругости, аэро- и гидродинамики, квантовой теории поля.

2. Введение понятия комплексного числа.

Мнимые числа, которыми мы дополняем действительные числа, записываются в виде bi, где i – мнимая единица, причем $i^2 = -1$.

Исходя из этого, получим следующее определение комплексного числа.

Определение. Комплексным числом называется выражение вида $a + bi$, где a и b - действительные числа. При этом выполняются условия:

а) Два комплексных числа $a_1 + b_1i$ и $a_2 + b_2i$ равны тогда и только тогда, когда $a_1=a_2$, $b_1=b_2$.

б) Сложение комплексных чисел определяется правилом:

$(a_1 + b_1i) + (a_2 + b_2i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) i$.

в) Умножение комплексных чисел определяется правилом:

$(a_1 + b_1i) (a_2 + b_2i) = (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 - a_2b_1) i$.

3. Алгебраическая форма комплексного числа.

Запись комплексного числа в виде $a + bi$ называют алгебраической формой комплексного числа,

где a – действительная часть, bi – мнимая часть, причем b – действительное число.
Комплексное число $a + bi$ считается равным нулю, если его действительная и мнимая части равны нулю: $a = b = 0$
Комплексное число $a + bi$ при $b = 0$ считается совпадающим с действительным числом a: $a + 0i = a$.
Комплексное число $a + bi$ при $a = 0$ называется чисто мнимым и обозначается bi: $0 + bi = bi$.
Два комплексных числа $z = a + bi$ и $\bar{z} = a – bi$, отличающиеся лишь знаком мнимой части, называются сопряженными.

4. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Над комплексными числами в алгебраической форме можно выполнять следующие действия.

1) Сложение.

Определение. Суммой комплексных чисел $z_1 = a_1 + b_1i$ и $z_2 = a_2 + b_2i$ называется комплексное число z, действительная часть которого равна сумме действительных частей z_1 и z_2, а мнимая часть - сумме мнимых частей чисел z_1 и z_2, то есть $z = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$.
Числа z_1 и z_2 называются слагаемыми.
Сложение комплексных чисел обладает следующими свойствами:
1°. Коммутативность: $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$.
2°. Ассоциативность: $(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$.
3°. Комплексное число $–a –bi$ называется противоположным комплексному числу $z = a + bi$. Комплексное число, противоположное комплексному числу z, обозначается $-z$. Сумма комплексных чисел z и $-z$ равна нулю: $z + (-z) = 0$

Пример 1. Выполните сложение $(3 – i) + (-1 + 2i)$.

$$(3 – i) + (-1 + 2i) = (3 + (-1)) + (-1 + 2)\ i = 2 + 1i.$$

2) Вычитание.

Определение. Вычесть из комплексного числа z_1 комплексное число z_2, значит найти такое комплексное число z, что $z + z_2 = z_1$.
Теорема. Разность комплексных чисел существует и притом единственна.
Пример 2. Выполните вычитание $(4 – 2i) - (-3 + 2i)$.

$$(4 – 2i) - (-3 + 2i) = (4 - (-3)) + (-2 - 2)\ i = 7 – 4i.$$

3) Умножение.

Определение. Произведением комплексных чисел $z_1=a_1+b_1i$ и $z_2=a_2+b_2i$ называется комплексное число z, определяемое равенством: $z = (a_1a_2 – b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)i$.
Числа z_1 и z_2 называются сомножителями.
Умножение комплексных чисел обладает следующими свойствами:

1º. Коммутативность: $z_1z_2 = z_2z_1$.
2º. Ассоциативность: $(z_1z_2)z_3 = z_1(z_2z_3)$
3º. Дистрибутивность умножения относительно сложения:
$(z_1 + z_2)\, z_3 = z_1z_3 + z_2z_3$.
4º. $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ - действительное число.
На практике умножение комплексных чисел производят по правилу умножения суммы на сумму и выделения действительной и мнимой части.
В следующем примере рассмотрим умножение комплексных чисел двумя способами: по правилу и умножением суммы на сумму.
Пример 3. Выполните умножение $(2 + 3i)\,(5 - 7i)$.
1 способ. $(2 + 3i)\,(5 - 7i) = (2 \cdot 5 - 3 \cdot (-7)) + (2 \cdot (-7) + 3 \cdot 5)i = (10 + 21) + (-14 + 15)i = 31 + i$.
2 способ. $(2 + 3i)\,(5 - 7i) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot (-7i) + 3i \cdot 5 + 3i \cdot (-7i) = 10 - 14i + 15i + 21 = 31 + i$.

4) Деление.
Определение. Разделить комплексное число z_1 на комплексное число z_2, значит найти такое комплексное число z, что $z \cdot z_2 = z_1$.
Теорема. Частное комплексных чисел существует и единственно, если $z_2 \neq 0 + 0i$.
На практике частное комплексных чисел находят путем умножения числителя и знаменателя на число, сопряженное знаменателю.
Пусть $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$, тогда

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} = \frac{(a_1 + b_1 i)(a_2 - b_2 i)}{(a_2 + b_2 i)(a_2 - b_2 i)} = \frac{(a_1a_2 + b_1b_2) + (a_2b_1 - a_1b_2)i}{a_2^2 + b_2^2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{a_2b_1 - a_1b_2}{a_2^2 + b_2^2}i.$$

В следующем примере выполним деление по формуле и правилу умножения на число, сопряженное знаменателю.
Пример 4. Найти частное $\frac{2 - 3i}{5 + 2i}$.
1 способ.

$$\frac{2 - 3i}{5 + 2i} = \frac{2 \cdot 5 + (-3) \cdot 2}{5^2 + 2^2} + \frac{5 \cdot (-3) - 2 \cdot 2}{5^2 + 2^2}i = \frac{10 - 6}{25 + 4} + \frac{-15 - 4}{25 + 4}i = \frac{4}{29} - \frac{19}{29}i.$$

2 способ.

$$\frac{2 - 3i}{5 + 2i} = \frac{(2 - 3i)(5 - 2i)}{(5 + 2i)(5 - 2i)} = \frac{10 - 4i - 15i - 6}{5^2 - (2i)^2} = \frac{4 - 19i}{25 + 4} = \frac{4}{29} - \frac{19}{29}i.$$

5) Возведение в целую положительную степень.
а) Степени мнимой единицы.
Пользуясь равенством $i^2 = -1$, легко определить любую целую положительную степень мнимой единицы. Имеем:
$i^3 = i^2\, i = -i$,
$i^4 = i^2\, i^2 = 1$,
$i^5 = i^4\, i = i$,
$i^6 = i^4\, i^2 = -1$,

$i^7 = i^5 i^2 = -i$,

$i^8 = i^6 i^2 = 1$ и т. д.

Это показывает, что значения степени i^n, где n – целое положительное число, периодически повторяется при увеличении показателя на 4 .

Поэтому, чтобы возвести число i в целую положительную степень, н адо показатель степени разделить на 4 и возвести i в степень, показател ь которой равен остатку от деления.

Пример 5. Вычислите: $(i^{36} + i^{17}) \cdot i^{23}$.

$i^{36} = (i^4)^9 = 1^9 = 1$,

$i^{17} = i^{4\cdot 4+1} = (i^4)^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$.

$i^{23} = i^{4\cdot 5+3} = (i^4)^5 \cdot i^3 = 1 \cdot i^3 = -i$.

$(i^{36} + i^{17}) \cdot i^{23} = (1 + i)(-i) = -i + 1 = 1 - i$.

б)

Возведение комплексного числа в целую положительную степень произв одится по правилу возведения двучлена в соответствующую степень, так как оно представл яет собой частный случай умножения одинаковых комплексных сомножи телей.

Пример 6. Вычислите: $(4 + 2i)^3$

$(4 + 2i)^3 = 4^3 + 3\cdot 4^2\cdot 2i + 3\cdot 4\cdot (2i)^2 + (2i)^3 = 64 + 96i - 48 - 8i = 16 + 88i$.

III. Задачи для самостоятельного решения

1. При каком значении x мнимая часть комплексного числа $(x^2-4)+(x^2-5)i$ равна нулю?

2. Найдите действительные числа x и y из равенств:

а) $(-3y+xi)+(2x-5yi)=-2-12i$;

б) $\left(\frac{3}{4}x-2yi\right)-\left(\frac{1}{3}y+6xi\right)=0+21i$;

в) $(2-3xi)-(3y+2yi)=2x+i$;

г) $(1-2xi)-(3x+yi)=x+3yi$.

3. Найдите сумму комплексных чисел:

а) $z_1=2-3i$ и $z_2=-3+2i$;

б) $z_1=5-i$ и $z_2=4i$;

в) $z_1=1$ и $z_2=-1-i$;

г) $z_1=1{,}5-2{,}7i$ и $z_2=-1{,}7-3{,}2i$.

4. Найдите разность комплексных ч

а) $z_1 = -2 + 3i$ и $z_2 = 3 - 2i$;

б) $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 5i$;

в) $z_1 = 5$ и $z_2 = -1 - i$;

г) $z_1 = 1{,}3 - 2{,}5i$ и $z_2 = -0{,}5 - 2{,}3i$.

5. Найдите произведение комплекс

а) $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 5i$;

б) $z_1 = 5$ и $z_2 = -1 - i$;

в) $z_1 = -2 + 3i$ и $z_2 = 3 - 2i$;

г) $z_1 = 1{,}5 - 0{,}8i$ и $z_2 = 1{,}5 + 0{,}8i$.

6. Выполните действия:

а) $(4+3i)\cdot(3-4i)+(4-3i)\cdot(3+4i)$;

б) $(4+3i)\cdot(-3i)-(4i)\cdot(3-4i)$;

в) $(5+3i)\cdot(3-5i)+(5-3i)\cdot(3+5i)$;

г) $(2+4i)\cdot(4-2i)-(2-4i)\cdot(4+2i)$.

Найдите частное комплексных чисел: 7.

а) $z_1 = -1 + 4i$ и $z_2 = 3 - 4i$;

б) $1 - 4i$ и $z_2 = 1 + 2i$;

в) $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 5i$;

г) $z_1 = 5$ и $z_2 = 2 - i$.

Список литературы:

1. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобр. учрежд.: проф. уровень/М.Я. Пратусевич и др. – М.: Просвещение, 2010 - 463с.

2. Виленкин Н.Я. и др. Алгебра и математический анализ для 11 класса. Учебное пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением курса математики. М.: Просвещение, 1990

3. Избранные вопросы математики: 10 кл. Факультативный курс /А.М. Абрамов, Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев и др. Сост. С.И. Шварцбурд. М.: Просвещение, 1980

4. Математика. Комплексные числа 9-11. Предпрофильная и профильная подготовка. Ю.А. Глазков, И.К. Варшавский, М.Я Гаиашвили – М.;Издательства «Экзамен», 2012 – 157с.